

8 сынып тапсырмасы

Тапсырманы орындау уақыты – 4 сағат

Дұрыс орындалған әр есепке 7 балл беріледі

1. Бірнеше қызыл және бірнеше көк нүктелер берілген. Олардың кейбіреулері кесіндімен қосылған. Егер бір нүктемен қосылған басқа нүктелердің жартысынан көбі соның түсінен басқа болса, бұл нүктені «ерекше» деп білеміз. «Ерекше» нүктелерді қайтадан бояуға болады: әрбір қадам сайын бір ерекше нүкте таңдалынып, басқа түске боялады. Бірнеше қадамнан кейін бірде бір «ерекше» нүкте табылмайтынын дәлелдеңіз.
2. 1-ден 1 000 000 000-қа дейінгі сандардың цифрларының қосындысы есептеледі, шыққан миллиард санның тағы цифрларының қосындысы есептеледі, және т.с.с. соңында миллиард бір таңбалы сан қалмағанша жалғастыра береді. Соңында қай сандар көп қалады: 1 ма, 2 ма?
3. Үш нақты санды квадраттық үшмүшенің коэффициенттері ретінде қойғанда екі әртүрлі оң түбір, осы үш санды басқа ретте қойғанда үшмүшенің екі әртүрлі теріс түбірі болатын осындай үш санды таба аламыз ба?
4. Том және Берт деген екі троль Бильбоны ұстап алып, оған келесідей ойын ойнауды ұсынады. Том мен Берттің әрбіреуінде үш түсті: ақ, сары, қара – тастарға толған үлкен қап бар. Том ойынды бастап бірнеше тасты өзінің қабынан алып үстелге қояды. Содан соң Берт қабынан тастарды алып үстелге тастайды. Том қайтадан дәл солай жасайды. Әрі қарай олар кезекпен мынадай қадам жасайды. Әрбір ойыншы үстелден түстері әртүрлі кезкелген екі тасты таңдап, үстелден алып тастайды, олардың орнына қабынан алып үшінші түстегі тасты үстелге қояды (яғни таңдалған екі тастың түсінен басқа). Үстелде бір түсті ғана тастар қалғанда ойын аяқталады. Егер үстелде ақ түсті тастар ғана қалса, Том жеңіп Бильбоны ол жейді. Егер сары түстілер қалса, Берт жеңісті қанжығасына байлап, Бильбоны түскі ас етеді. Ал егер қара түсті тастар қалса, Бильбо жеңіске жетіп, оны жібере салады. Бильбоға өмірін сақтап қалуға көмектесе аласыз ба? Оған ұсына алатын жеңіс стратегиясы бар ма?
5. Тік бұрышы С болатын ABC тік үшбұрышы берілген. BK — үшбұрыштың биссектрисасы. АКВ үшбұрышына сырттай сызылған шеңбері BC қабырғасын L нүктесінде қияды. $CB + CL = AB$ екенін дәлелдеңіз.
6. $x^2 + y$ және $y^2 + x$ бүтін сандардың квадраты болатындай натурал x және y табылады ма?