КВАДРАТ
УЧЕБНЫЙ ЦЕНТР

Астанинская открытая городская олимпиада по математике
16 марта 2019 г.

Условия задач для ***7 класса***
Время на выполнение задания ***– 4 часа***
За каждую правильно решенную задачу дается ***7 баллов***

1. В круговом шахматном турнире участвовало шесть человек – два мальчика и четыре девочки. Могли ли мальчики по итогам турнира набрать в два раза больше очков, чем девочки? (В круговом шахматном турнире каждый игрок играет с каждым по одной партии. За победу дается 1 очко, за ничью 0,5, за поражение – 0).

2. Дано 100 различных положительных целых чисел таких, что ни одно из них не является кратным 100. Докажите, что всегда возможно выбрать из них несколько чисел таким образом, что две последние цифры суммы этих чисел будут равны нулю.

3. Алибек вписал в клетки таблицы 4×18 (4 строки, 18 столбцов) натуральные числа от 1 до 72 в некотором, одному ему известном, порядке. Сначала он нашел произведение чисел, стоящих в каждом столбце, а затем у каждого из восемнадцати полученных произведений вычислил сумму цифр. Могли ли все получившиеся суммы оказаться одинаковыми? Ответ объясните.

4. Голлум загадал Бильбо новую загадку. Он кладет 64 маленьких камня белого или черного цвета на шахматную доску размером 8×8 (по одному камню на каждое из 64 полей). Каждым ходом Бильбо может заменить все камни, находящиеся на одной горизонтали или одной вертикали камнями противоположного цвета (белые поменять на черные, а черные поменять на белые). Бильбо может сделать любое количество ходов. Его задачей является получить конечную позицию, при которой на любой горизонтали и на любой вертикали количество белых камней должно быть больше либо равно количеству черных камней. Сможет ли Бильбо справиться с этой задачей?

5. Внутри параллелограмма ABCD отметили точку E так, что CD = CE. Докажите, что прямая DE перпендикулярна прямой, проходящей через середины отрезков AE и BC.

6. Докажите, что для любой конечной последовательности цифр существует целое число, десятичная запись квадрата которого начинается с этой последовательности.