

1. Гарри, Рон и Гермиона хотели купить одинаковые непромокаемые мантии. Однако им не хватало денег: Рону – трети цены мантии, Гермионе – четверти, а Гарри – одной пятой цены мантии. Когда на распродаже цена мантии упала на 9,4 сиклей, друзья объединили свои сбережения и купили три мантии, потратив все деньги. Сколько сиклей стоила одна мантия до снижения цены?

**Ответ:** 36 сиклей.

**Решение.** Пусть сначала мантия стоила  $x$  сиклей, тогда у Рона было  $\frac{2}{3}x$  сиклей, у Гермионы –  $\frac{3}{4}x$  сиклей, а у Гарри –  $\frac{4}{5}x$  сиклей. На распродаже мантия стоила  $(x - 9,4)$  сикля, а три мантии –  $3(x - 9,4)$  сиклей. Так как друзья купили три мантии, потратив все деньги, то  $\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}x + \frac{4}{5}x = 3(x - 9,4)$ . Решая это уравнение, получим:  $x = 36$ .

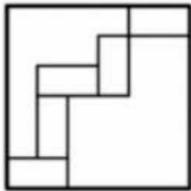
2. Аня перемножила 20 двоек, а Ваня перемножил 17 пятёрок. Теперь они собираются перемножить свои огромные числа. Какова будет сумма цифр произведения?

**Ответ:** 8

**Решение.** Всего перемножается 20 двоек и 17 пятёрок. Переставим сомножители, чередуя двойки и пятёрки.

$$2^{20} \cdot 5^{17} = 2^3 \cdot 2^{17} \cdot 5^{17} = 8 \cdot 10^{17} = 800\,000\,000\,000\,000\,000$$

3. Пять равных прямоугольников помещены в квадрат со стороной 18 см так, как показано на рисунке. Найдите длины сторон прямоугольника.



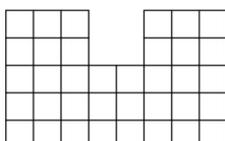
**Ответ:** 3 см и 6 см.

**Решение.**

Первый способ («арифметический»). Рассмотрим вертикальную сторону квадрата. В нее укладываются две большие стороны прямоугольника и две меньшие. Теперь рассмотрим горизонтальную сторону квадрата. В нее укладываются две большие стороны прямоугольника и одна меньшая, а также отрезок, равный разности этих сторон. Так как стороны квадрата равны, то меньшая сторона прямоугольника равна разности между большей и меньшей. Значит, большая сторона в два раза длиннее меньшей. Следовательно, шесть длин меньшей стороны составляют 18 см. Значит, длина меньшей стороны – 3 см, а большей – 6 см.

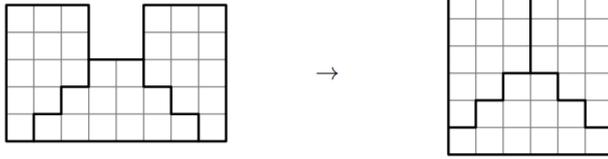
Второй способ («алгебраический»). Пусть длина большей стороны прямоугольника равна  $x$  см, а длина меньшей –  $y$  см. Тогда длина горизонтальной стороны квадрата составляет  $x + (x - y) + y + x$  (см). По условию эта сумма равна 18 см. Из уравнения  $x + (x - y) + y + x = 18$  получим:  $3x = 18$ ;  $x = 6$ . Аналогично составим уравнение, рассмотрев длину вертикальной стороны:  $y + x + x + y = 18$ . Тогда  $2x + 2y = 18$ ;  $x + y = 9$ . Так как  $x = 6$ , то  $y = 3$ .

4. Разрежьте приведённую ниже фигуру на три части так, чтобы из этих частей можно было сложить квадрат  $6 \times 6$ . Резать можно только по линиям сетки. Части могут получиться разными.

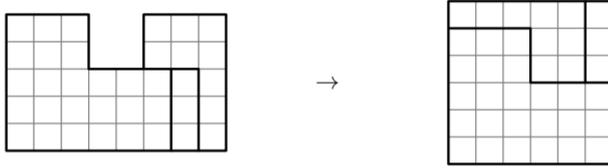


## Решение

Пример:



Возможны также примеры с переворотом некоторых частей:



5. Вася и Петя живут в горах и любят ходить друг к другу в гости. При этом в гору они поднимаются со скоростью 3 км/ч, а с горы спускаются со скоростью 6 км/ч (горизонтальных участков дороги нет). Вася посчитал, что до Пети он идёт 2 часа 30 минут, а обратно 3 часа 30 минут. Какое расстояние между домами Васи и Пети?

**Ответ:** 12 км.

**Решение.** Дорога от Пети до Васи и обратно занимает 6 часов, при этом, так как в гору идти в два раза медленнее, чем под гору, на все подъёмы ребята тратят в два раза больше времени, чем на спуски. Таким образом, если идти от Пети до Васи и обратно, то на спуски будет потрачено 2 часа, а на подъёмы — 4 часа, то есть длина подобного маршрута равна  $(6 \cdot 2 + 4 \cdot 3) = 24$  км. Следовательно, расстояние от Пети до Васи равно 12 км.

6. Имеется 30 бревен, длины которых 3 или 4 метра, а их суммарная длина равна ста метрам. Каким количеством распилов можно распилить все эти бревна на куски длиной 1 метр? (Каждым распилом пилится ровно одно бревно).

**Ответ:** 70.

**Решение.**

*Первый способ:* Суммарная длина бревен равна 100 метров. Если бы это было одно бревно, то понадобилось бы 99 распилов. Так как это 30 бревен, то 29 распилов уже сделано. Значит, осталось сделать еще  $99 - 29 = 70$  распилов.

*Второй способ:* Найдем количество бревен каждого вида. Если бы все были трёхметровые, то их суммарная длина была бы равна 90 метров. А так как она равна 100 метров, то всего есть 10 бревен по 4 метра и 20 бревен по 3 метра. Для каждого бревна 2 длиной 4 метра потребуется три распила, а для каждого бревна длиной 3 метра — два распила. Итого:  $10 \times 3 + 20 \times 2 = 70$  распилов.